

Description et fonctionnement du pendule de Foucault de la heig-vd

Professeur Freddy Mudry, heig-vd, Ing. phys. EPFL

5 novembre 2010

Résumé

Ce document, qui se veut essentiellement didactique, donne une description simple et heuristique de l'excitation paramétrique d'un pendule. Elle présente également l'approche utilisée pour mesurer et analyser la précession du pendule de Foucault de la heig-vd.

1 Introduction

Le pendule de Foucault de la heig-vd a été pensé et réalisé durant l'année 1995. Cela fait donc quinze ans qu'il oscille de manière permanente dans la cage d'escalier de l'école et cela sans aucun entretien particulier. Par sa présence, il anime le hall de l'école et suggère quelques interrogations dans l'esprit des étudiants au sujet de la physique et du mouvement de la Terre. En 1998, des mesures automatiques de la précession du pendule ont été effectuées; les résultats obtenus sont présentés ci-dessous.

2 Équation du pendule à excitation paramétrique

On parle d'excitation paramétrique d'un système lorsqu'on agit sur celui-ci par l'intermédiaire d'un de ses paramètres constitutifs. Dans le cas d'un pendule, par exemple, on peut agir sur son point de suspension ou sur sa longueur. Une illustration classique est celle de l'enfant assis sur une balançoire qui entretient le mouvement, voire l'amplifie, en élevant son torse au centre de l'oscillation et en étendant son corps aux extrémités. En déplaçant ainsi son centre de gravité, il augmente l'énergie potentielle au point bas de l'oscillation et la libère aux extrémités en la transformant en énergie cinétique. En ce qui concerne le PF de la heig-vd, on a choisi d'élever et abaisser le point de suspension selon le graphe $s(t)$ de la figure 1.

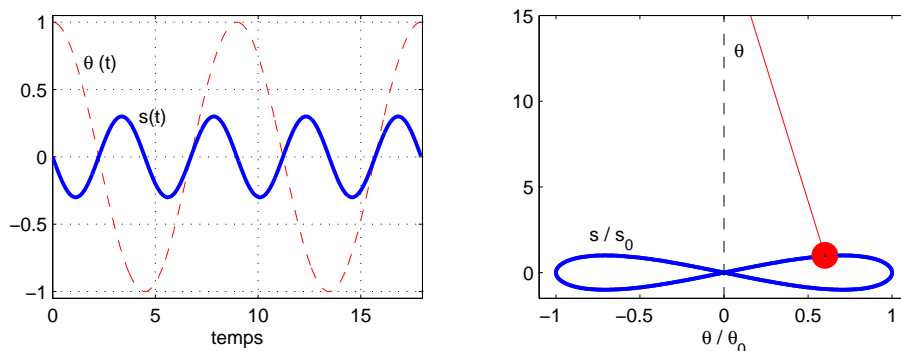


FIGURE 1 – Excitation paramétrique $s(t)$ et position angulaire $\theta(t)$

L'équation du mouvement d'une masse m s'obtient de manière classique par l'analyse des forces appliquées à celle-ci ou en utilisant le théorème du moment cinétique. Dans certains cas, il est plus simple de passer par les équations de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}} = 0 \quad \text{avec} \quad \dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1)$$

où le Lagrangien L est défini comme la différence entre les énergies cinétique et potentielle

$$L \equiv T - V \quad \text{avec} \quad T = \frac{1}{2} m |v|^2 \quad \text{et} \quad V = mgh \quad (2)$$

C'est l'approche adoptée dans ce qui suit.

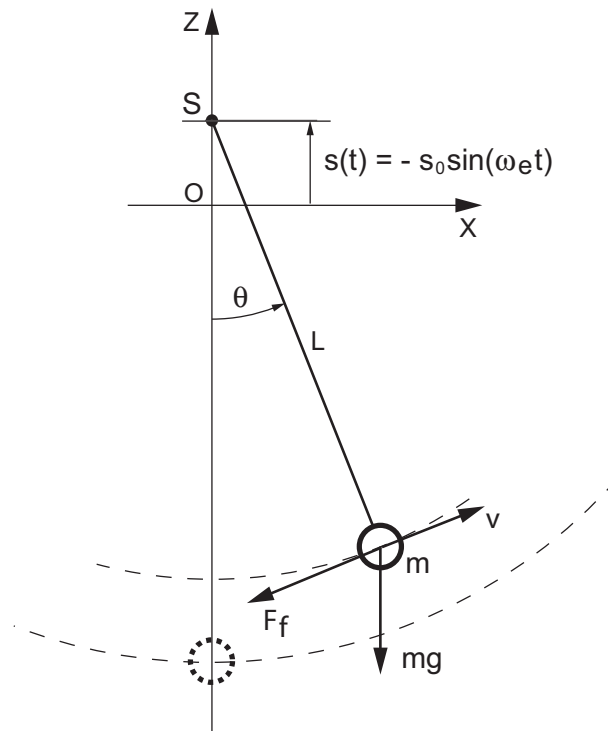


FIGURE 2 – Excitation paramétrique d'un pendule

Dans le cas d'un pendule entretenu par l'élévation périodique de son point de suspension (fig. 2) avec une amplitude s_0 et une pulsation ω_e , on a

$$x = L \sin \theta \quad (3)$$

$$z = -L \cos \theta - s_0 \sin(\omega_e t) \quad (4)$$

$$v_x = \dot{x} = L \dot{\theta} \cos \theta \quad (5)$$

$$v_z = \dot{z} = L \dot{\theta} \sin \theta - s_0 \omega_e \cos(\omega_e t) \quad (6)$$

Ceci nous permet de calculer l'énergie cinétique

$$\begin{aligned} T &= \frac{m}{2} |v|^2 = \frac{m}{2} [v_x^2 + v_z^2] \\ &= \frac{m}{2} \left[L^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + L^2 \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta + s_0^2 \omega_e^2 \cos^2(\omega_e t) - 2s_0 L \dot{\theta} \omega_e \sin \theta \cos(\omega_e t) \right] \\ T &= \frac{m}{2} \left[L^2 \dot{\theta}^2 + s_0^2 \omega_e^2 \cos^2(\omega_e t) - 2s_0 L \omega_e \dot{\theta} \sin \theta \cos(\omega_e t) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

et l'énergie potentielle

$$V = mgz = mg \left[-L \cos \theta - s_0 \sin(\omega_e t) \right] \quad (8)$$

Ce qui fait que le Lagrangien de ce système vaut

$$L \equiv T - V = \left\{ \begin{array}{l} \frac{m}{2} \left\{ L^2 \dot{\theta}^2 + s_0^2 \omega_e^2 \cos^2(\omega_e t) \dots \right. \\ \quad \left. + - 2s_0 L \omega_e \dot{\theta} \sin \theta \cos(\omega_e t) \dots \right. \\ \quad \left. + 2g \left[L \cos \theta + s_0 \sin(\omega_e t) \right] \right\} \end{array} \right. \quad (9)$$

Dans notre cas, la variable descriptive \mathbf{r} est simplement θ et les équations de Lagrange s'écrivent

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \quad (10)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= \frac{m}{2} \left[2L^2 \dot{\theta} + 0 - 2s_0 L \omega_e \sin \theta \cos(\omega_e t) + 0 \right] \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) &= \frac{m}{2} \left[2L^2 \ddot{\theta} - 2s_0 L \dot{\theta} \omega_e \cos \theta \cos(\omega_e t) + 2s_0 L \omega_e^2 \sin \theta \sin(\omega_e t) \right] \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} &= \frac{m}{2} \left[0 - 2s_0 L \dot{\theta} \omega_e \cos \theta \cos(\omega_e t) - 2g L \sin \theta \right] \end{aligned}$$

Ce qui donne

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= 0 \\ &= L^2 \ddot{\theta} - s_0 L \dot{\theta} \omega_e \cos \theta \cos(\omega_e t) \dots \\ &\quad + s_0 L \omega_e^2 \sin \theta \sin(\omega_e t) \dots \\ &\quad - + s L \dot{\theta} \omega_e \cos \theta \cos(\omega_e t) + g L \sin \theta \\ &= L^2 \ddot{\theta} + [+g + s_0 \omega_e^2 \sin(\omega_e t)] L \sin \theta \end{aligned}$$

d'où l'on tire l'équation non linéaire du mouvement pendulaire

$$\ddot{\theta} + \left[\omega_0^2 + \alpha \omega_e^2 \sin(\omega_e t) \right] \sin \theta = 0 \quad (11)$$

avec

$$\omega_0^2 = \frac{g}{L} \quad \text{et} \quad \alpha \equiv \frac{s_0}{L} \quad (12)$$

Pour prendre en compte l'effet des frottements causés par le déplacement de la masse m dans l'air, on introduit dans l'équation du mouvement un terme dissipatif décrivant ce freinage; ce qui donne

$$\ddot{\theta} - \frac{F_f(\dot{\theta})}{mL} + \left[\omega_0^2 + \alpha \omega_e^2 \sin(\omega_e t) \right] \sin \theta = 0 \quad (13)$$

où $F_f(\dot{\theta})$ représente la force de freinage.

3 Résolution numérique

Cette équation n'ayant pas de solution analytique, on peut étudier le comportement du pendule avec l'aide de la simulation numérique. Mais pour ce faire, il faut prendre en considération les paramètres du pendule de Foucault de la heig-vd, à savoir

- sa longueur $L = 20$ m,
- sa masse $m = 19.45$ kg,
- le diamètre de la sphère $D_s = 16.6$ cm,
- le diamètre du fil de suspension $d_f = 1$ [mm].

De la longueur du pendule, on tire la pulsation et la période de l'oscillation libre

$$\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{g}{L}} = 0.7 \text{ rad/sec}, \quad T_0 \equiv \frac{2\pi}{\omega_0} = 9.0 \text{ sec} \quad (14)$$

L'effet des frottements peut être quantifié en lançant le pendule libre de toute excitation et en mesurant la décroissance de son amplitude au cours du temps.

Modèles de frottement

Deux modèles peuvent alors être considérés. Le plus réaliste pour le PF est celui où la force est proportionnelle au carré de la vitesse car celle-ci est suffisamment élevée pour créer un écoulement turbulent de l'air derrière la sphère

$$F_{f2}(\dot{\theta}) = -c_{f2} m \dot{\theta} \left| \dot{\theta} \right| \quad (15)$$

On montre alors [2], que l'amplitude de l'oscillation décroît hyperboliquement par rapport au temps

$$R_2(t) = \frac{R_{02}}{1 + c_{f2} \frac{8 R_{02}}{3 L^2 T_0} t}, \quad R_{02} = R_2(t=0) \quad (16)$$

Cependant, pour faciliter l'analyse à venir (section 4), on considère également un frottement de type visqueux (écoulement laminaire du flux d'air); ce qui donne un terme dissipatif proportionnel à la vitesse angulaire $\dot{\theta}$

$$F_{f1}(\dot{\theta}) = -c_{f1} m \dot{\theta} \quad (17)$$

et qui conduit à une décroissance exponentielle de l'amplitude d'oscillation

$$R_1(t) = R_{01} e^{-t/\tau} \quad \text{avec} \quad R_{01} = R_1(t=0), \quad \tau = \frac{L}{c_{f1}} \quad (18)$$

Un ajustement de ces deux modèles aux points mesurés pendant la décroissance temporelle de l'amplitude a permis de trouver

$$R_{02} \simeq 1.05 \text{ [m]}, \quad c_{f2} \simeq 0.48 \text{ [m]} \quad (19)$$

$$R_{01} = R_0 = 0.9 \text{ [m]}, \quad \tau \simeq 100 \text{ [min]} = 6 \cdot 10^3 \text{ [sec]} \quad (20)$$

La figure 3 illustre les résultats ainsi obtenus. Comme on peut le constater, ces deux modèles donnent une représentation satisfaisante de la décroissance de l'oscillation libre.

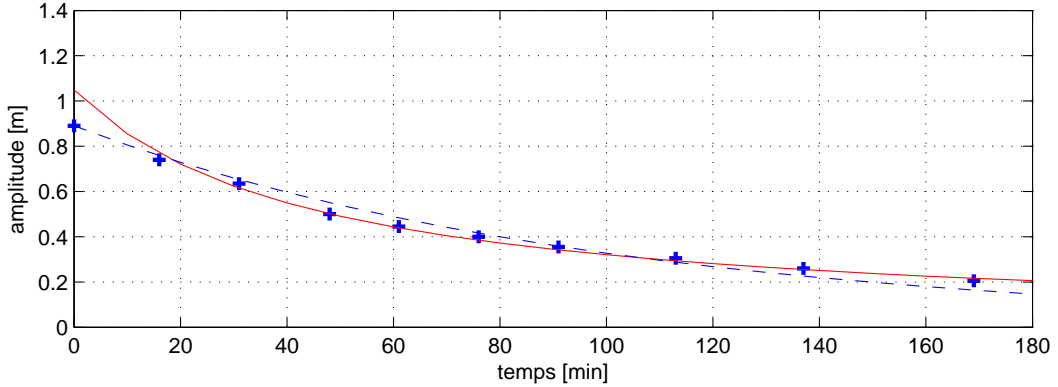


FIGURE 3 – Évolution de l'amplitude du pendule libre : a) mesures +, b) modèle en v^2 —, c) modèle en v - - -

Équation non linéaire

Considérant la force de freinage non linéaire F_{f2} , l'accélération angulaire (cf éq. 13) s'écrit

$$\ddot{\theta} = -\frac{c_{f2}}{L} \dot{\theta} \left| \dot{\theta} \right| - \left[\omega_0^2 + \alpha \omega_e^2 \sin(\omega_e t) \right] \sin \theta \quad (21)$$

On voit ainsi qu'en intégrant deux fois l'accélération $\ddot{\theta}$, on obtient les variables d'état $\dot{\theta}$ et θ du système avec lesquelles on peut construire le schéma de simulation de la figure 4a.

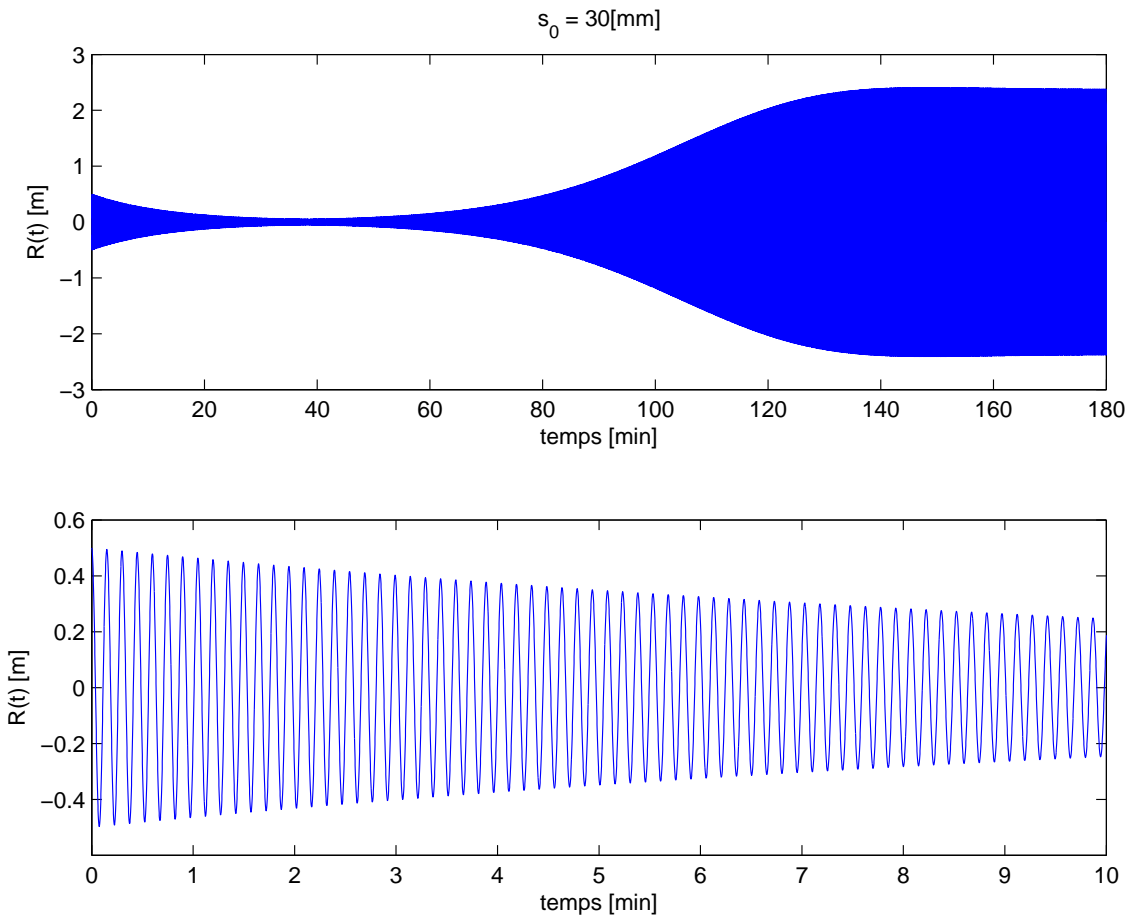
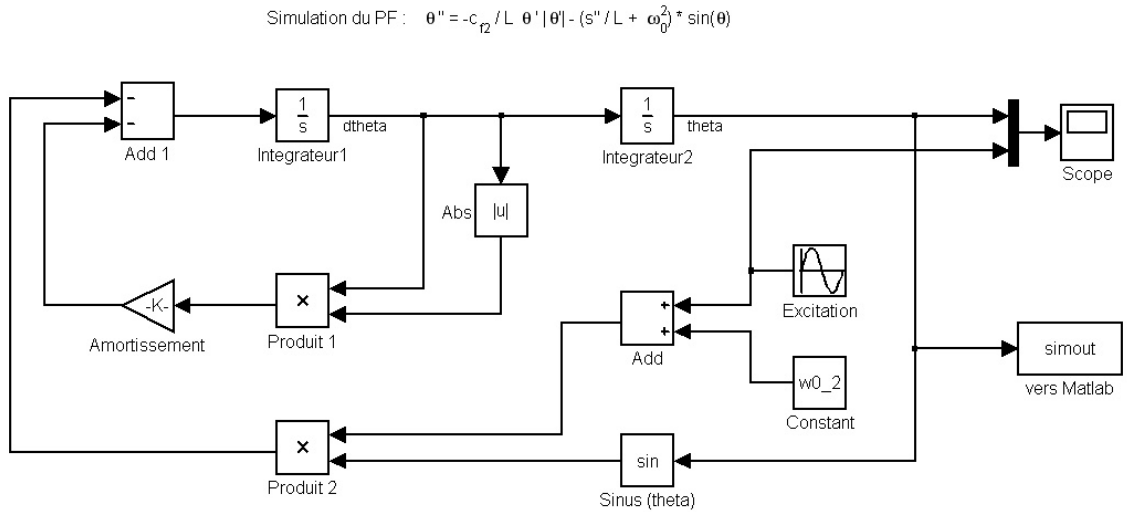


FIGURE 4 – a) Schéma de simulation; b) Oscillation du pendule à excitation constante

Le résultat de la simulation pour une excitation d'amplitude $s_0 = 3[\text{cm}]$ est présenté dans la figure 4b où l'on voit l'amplitude de l'oscillation augmenter jusqu'à atteindre un diamètre de presque 5 mètres, plus grand que l'espace disponible! On comprend ainsi que l'élévation du point de suspension ne doit pas se faire en permanence et qu'elle doit être adaptée pour que le diamètre de l'oscillation pendulaire ne dépasse pas 3 mètres. De plus, on notera que l'allure et la rapidité du

comportement temporel illustré par la figure 4b dépendent fortement de l'amplitude de l'excitation du PF ; ce qui est le propre des systèmes non linéaires.

4 Oscillateur linéaire

Comme on le sait, seuls les systèmes linéaires permettent une analyse simple des comportements temporels et fréquentiels. C'est pourquoi, dans ce qui suit, on choisira le modèle de frottement visqueux qui conduit à une constante de temps $\tau = 100$ [min] = $6 \cdot 10^3$ [sec] dont on tire le coefficient d'amortissement

$$\zeta = \frac{1}{\omega_0 \tau} \simeq 2.4 \cdot 10^{-4} \quad (22)$$

et le facteur de qualité de l'oscillateur

$$Q_0 \equiv \frac{1}{2\zeta} \simeq 2100 \quad (23)$$

De plus, on admettra que l'oscillation du pendule reste suffisamment faible pour que

$$\sin \theta \simeq \theta \quad (24)$$

Alors, le PF peut être modélisé par un oscillateur linéaire décrit par

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_0\dot{\theta} + [\omega_0^2 + \alpha\omega_e^2 \sin(\omega_e t)] \theta = 0, \quad \alpha \equiv \frac{s_0}{L} \quad (25)$$

Afin de faciliter son interprétation, on l'écrit sous la forme suivante

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = \alpha\omega_e^2 \sin(\omega_e t) \theta \quad (26)$$

et on admet avec une certaine prudence que l'oscillation est parfaitement sinusoïdale

$$\theta \equiv \theta(t) \simeq \theta_0 \sin(\omega_0 t) \simeq \frac{R_0}{L} \sin(\omega_0 t) \quad (27)$$

tout en sachant bien que ceci n'est qu'une solution approchée de l'équation (25). Celle-ci s'écrit alors

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = -\alpha\omega_e^2 \sin(\omega_e t) \frac{R_0}{L} \sin(\omega_0 t) \quad (28)$$

On voit ainsi que l'on a affaire à l'équation d'un pendule simple dont le second membre correspond à une excitation harmonique modulée par la position du pendule. Développant le produit des sinus, on obtient

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = -\frac{\alpha}{2} \omega_e^2 \frac{R_0}{L} [\cos((\omega_e - \omega_0)t) - \cos((\omega_e + \omega_0)t)] \quad (29)$$

et en choisissant

$$\omega_e = 2\omega_0 \quad (30)$$

on observe que le terme non homogène de cette équation correspond à une excitation harmonique de pulsations ω_0 et $3\omega_0$

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = -\frac{s_0}{2L} \omega_e^2 \frac{R_0}{L} [\cos(\omega_0 t) - \cos(3\omega_0 t)] \quad (31)$$

4.1 Fonction de transfert

Désignant par $u(t)$ la fonction d'excitation

$$u(t) = -s_0 \frac{R_0}{L} [\cos(\omega_0 t) - \cos(3\omega_0 t)] \quad (32)$$

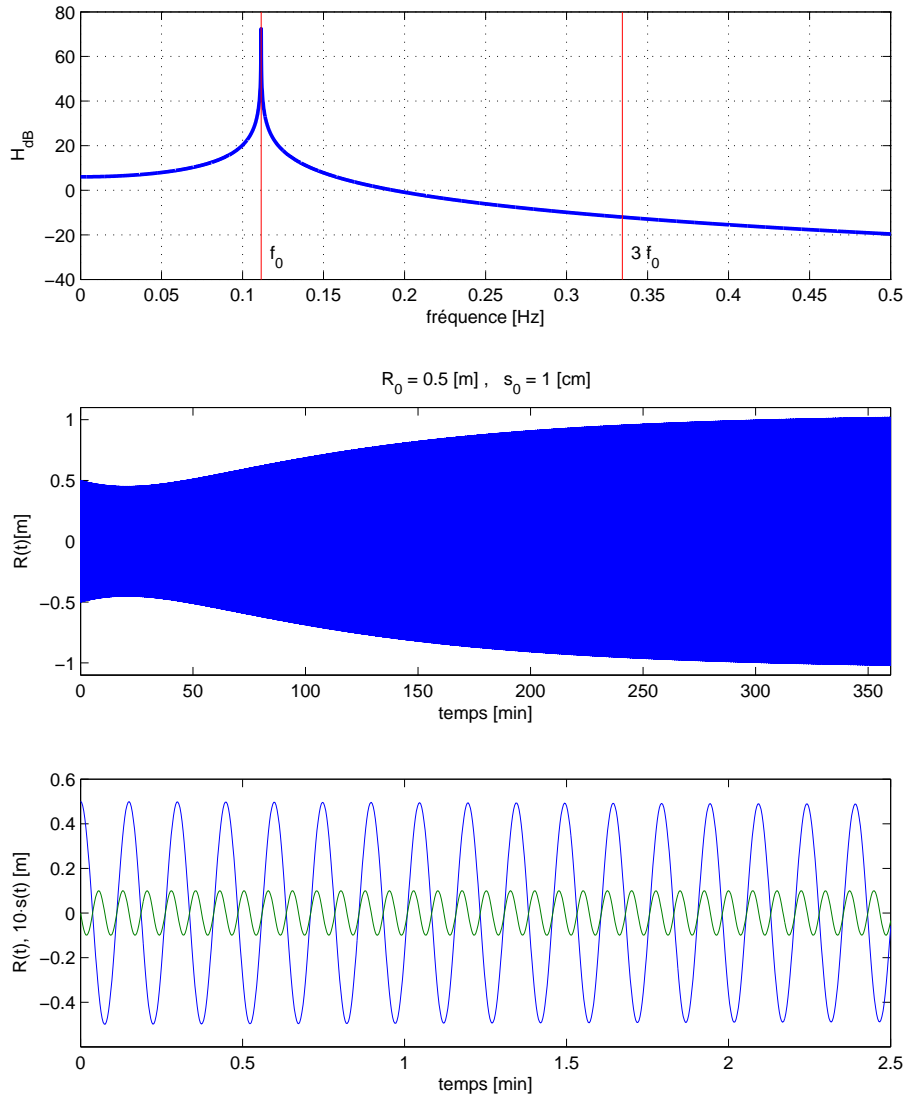


FIGURE 5 – Réponses fréquentielle et temporelle du pendule de Foucault

on voit que le pendule est excité à sa pulsation propre ω_0 et à son troisième harmonique $3\omega_0$. Comme le pendule est un oscillateur à haut facteur de qualité ($Q_0 = 2'100$), donc très sélectif, ce troisième harmonique n'aura pratiquement aucun effet sur la sortie. Ceci est confirmé par le tracé de la réponse fréquentielle (fig. 5) où l'on voit qu'il y a plus de 80 dB de différence entre le maximum en f_0 et la valeur en $3f_0$.

On peut ainsi négliger le troisième harmonique et simplifier la fonction d'excitation

$$u(t) \simeq -s_0 \frac{R_0}{L} \cos(\omega_0 t) \quad (33)$$

Considérant le rayon $r(t) = L\theta(t)$ de l'oscillation plutôt que son angle $\theta(t)$, l'équation différentielle (31) s'écrit alors

$$\ddot{r} + 2\zeta\omega_0\dot{r} + \omega_0^2 r = \frac{1}{2} \omega_e^2 u(t) \quad (34)$$

Ce qui nous permet, après transformation de Laplace, de définir la fonction de transfert du système

$$H(s) \equiv \frac{R(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{2} \omega_e^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} = \frac{\frac{1}{2} (\omega_e/\omega_0)^2}{1 + 2\zeta (s/\omega_0) + (s/\omega_0)^2}$$

Comme $\omega_e = 2\omega_0$, il vient finalement

$$H(s) \equiv \frac{R(s)}{U(s)} = \frac{2}{1 + 2\zeta (s/\omega_0) + (s/\omega_0)^2} \quad (35)$$

4.2 Réponses fréquentielle et temporelle

Les réponses fréquentielle et temporelle correspondant à $H(s)$ sont représentées à la figure 5. On peut relever en particulier que pour la fréquence de résonance ω_0 , on a

$$|R(j\omega_0)| = |H(j\omega_0) \cdot U(j\omega_0)| = \frac{2}{2\zeta} \cdot s_0 \frac{R_0}{L} = 2Q_0 s_0 \frac{R_0}{L} \quad (36)$$

Ce qui signifie qu'en choisissant $s_0 = 1$ [cm] et $R_0 = 50$ [cm], l'amplitude finale (après un régime transitoire d'environ $3\tau = 300$ [min] = 5 [h]) vaudra

$$R_\infty = 2Q_0 s_0 \frac{R_0}{L} = 1.05 \text{ [m]} \quad (37)$$

À ce niveau, il est intéressant de relever que le rayon final R_∞ dépend non seulement de s_0 mais aussi de l'amplitude de lancement R_0 . Cela n'est pas si surprenant, si l'on réalise que l'amplitude de la fonction d'excitation $u(t)$ dépend directement de R_0 .

5 Réalisation du pendule de Foucault

Le pendule est relié par une pince de serrage à un ensemble de deux couteaux croisés supportés par un contrepoids et le tout est entraîné par un moteur à courant continu sans balai. Ce système est placé sur le toit de la heig-vd au-dessus de sa cage d'escalier (fig. 6). Vingt mètres plus bas, la sphère de laiton dans laquelle est fixé un petit aimant oscille au-dessus d'une bobine. Celle-ci capte les instants de passage du pendule et fournit le signal à un système électronique qui le met en forme avant d'envoyer les impulsions de synchronisation par faisceau infra-rouge vers l'électronique de commande du moteur.

Trois travaux de diplôme ont permis l'étude et la réalisation du pendule dans sa forme actuelle. Le premier était consacré à la réalisation mécanique [3], le deuxième a traité de la commande du pendule à l'aide d'un PC [4] et, enfin le troisième a réalisé le contrôle de l'excitation paramétrique par microprocesseur [5].

6 Mesure de la précession du pendule

Le phénomène de la précession est présenté dans le document [1]. De celui-ci, on retiendra que la précession naturelle d'un pendule est perturbée par l'anisotropie du montage et l'anharmonicité de la force de rappel. Pratiquement, ces deux perturbations se révèlent par l'ellipticité de l'oscillation pendulaire. Plus celle-ci est élevée, plus la précession naturelle sera modifiée. On doit donc s'attendre à ce que la précession du pendule diffère quelque peu de sa valeur théorique

$$\Omega_F = \Omega_T \sin\theta_L = 10.96 \text{ [deg/h]} \quad (38)$$

déterminée par la latitude d'Yverdon-les-Bains $\theta_L = 46^\circ 50'$ et la vitesse de rotation de la Terre $\Omega_T = 360^\circ/24 \text{ h} = 15 \text{ [deg/h]}$. Ce qui correspond à un tour effectué en 32.8 heures ou 1.37 jours.

Une fois le pendule installé, des mesures de la précession ont été effectuées manuellement et à des intervalles plus ou moins réguliers pendant quatre jours. Ces premiers résultats encourageants sont présentés dans la figure 7 ; on notera que la valeur mesurée de la précession

$$\Omega_{F, exp} = 11.1 \text{ [deg/h]} \quad (39)$$

est très proche de la valeur attendue (+1.1%).

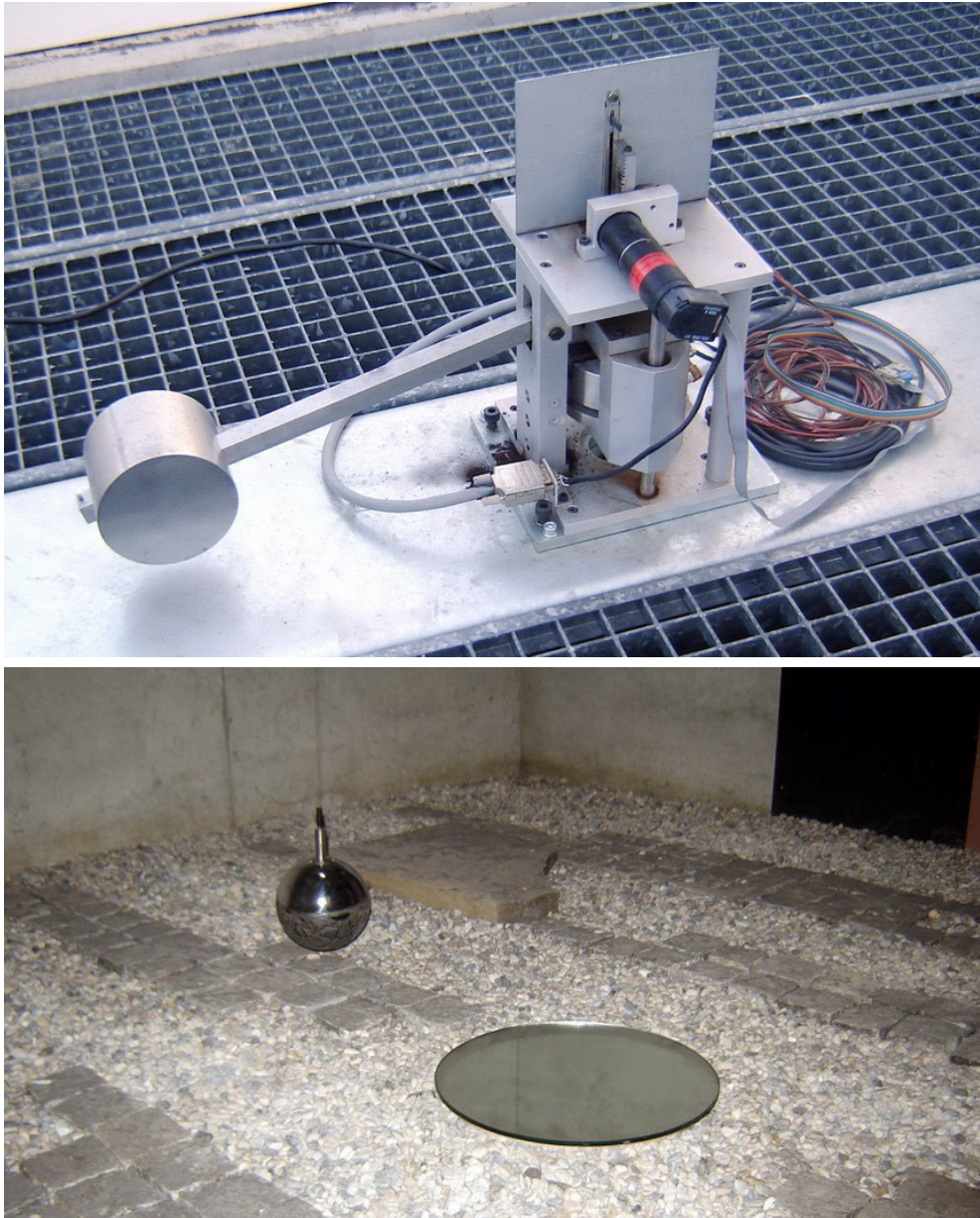


FIGURE 6 – Photos du mécanisme d'entraînement et du pendule de la heig-vd

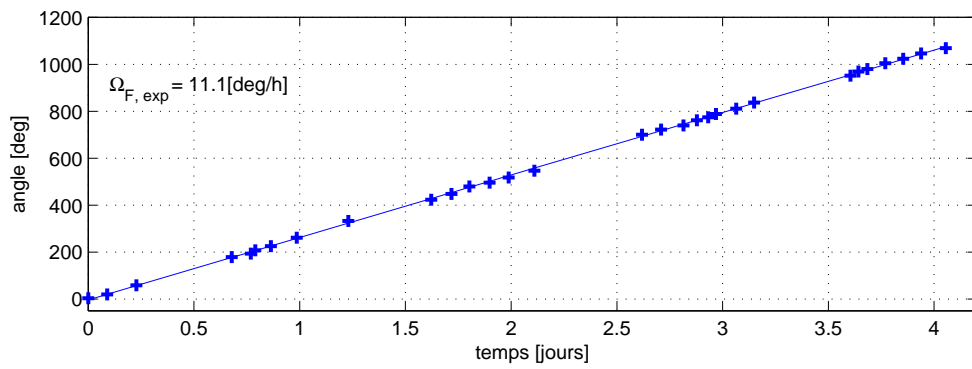


FIGURE 7 – Premières mesures de la précession du PF

6.1 Analyse automatisée du mouvement pendulaire

Par la suite, une caméra a été installée au-dessus du pendule dans le but d'acquérir toutes les quinze minutes une trentaine d'images prises pendant une période d'oscillation du pendule. Un panneau blanc posé sous le pendule a facilité le traitement des images car un simple seuillage suffisait pour ne garder que l'image de la sphère et en déterminer la position de son centre. Une fois ces coordonnées obtenues, il ne restait plus qu'à les enregistrer pour un traitement ultérieur.

La recherche de l'orientation et l'ellipticité de l'ellipse décrite pendant une période d'oscillation T_0 est basée sur une proposition de J.L. Chassot, prof. heig-vd [2]. L'idée repose sur le fait que les projections de l'ellipse sur les axes Ox et Oy (fig. 8) représentent une période d'une oscillation dont on peut rechercher l'amplitude et la phase du premier harmonique. On notera que ces deux projections ne sont rien d'autres que les coordonnées enregistrées $x[n]$ et $y[n]$.

Considérant le premier terme d'une série de Fourier et le fait que chaque image est prise aux instants $t = nT_e$ avec $T_e = T_0/N$, on a

$$c_x = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) e^{-j2\pi f_0 t} dt \simeq \frac{T_e}{T_0} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi f_0 n T_e} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi n/N} \quad (40)$$

$$c_y = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} y(t) e^{-j2\pi f_0 t} dt \simeq \frac{T_e}{T_0} \sum_{n=0}^{N-1} y[n] e^{-j2\pi f_0 n T_e} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y[n] e^{-j2\pi n/N} \quad (41)$$

On en tire alors les amplitudes et les phases de l'oscillation du terme d'ordre 1

$$A_x = 2|c_x|, \quad \varphi_x = \arg(c_x) \quad (42)$$

$$A_y = 2|c_y|, \quad \varphi_y = \arg(c_y) \quad (43)$$

ainsi que les évolutions temporelles

$$x(t) = A_x \cos(\omega t + \varphi_x) \quad (44)$$

$$y(t) = A_y \cos(\omega t + \varphi_y) \quad (45)$$

On notera que la trajectoire du pendule $y(x)$ est une droite si $\varphi_x = \varphi_y$. Dans le cas contraire ($\varphi_x \neq \varphi_y$), la trajectoire est une ellipse dont l'ellipticité dépend de la différence de phase. Pour les calculs qui suivent, on définit donc

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x \quad (46)$$

Cette ellipse paramétrée peut être décrite dans sa forme quadratique classique

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{x}{A_x}\frac{y}{A_y}\cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi) \quad (47)$$

ou

$$A_y^2 x^2 + A_x^2 y^2 - 2A_x A_y \cos(\Delta\varphi) x y = A_x^2 A_y^2 \sin^2(\Delta\varphi) \quad (48)$$

dont on tire la forme matricielle

$$(x, y) \cdot Q \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A_x^2 A_y^2 \sin^2(\Delta\varphi) \quad (49)$$

avec

$$Q = \begin{pmatrix} A_y^2 & -A_x A_y \cos(\Delta\varphi) \\ -A_x A_y \cos(\Delta\varphi) & A_x^2 \end{pmatrix} \quad (50)$$

Sachant que les valeurs propres $\lambda_{1,2}$ de cette matrice sont les carrés des axes principaux a et b de l'ellipse, on en tire

$$a^2 = \lambda_1 = \frac{1}{2} \left(A_x^2 + A_y^2 + \sqrt{A_x^4 + A_y^4 + 2A_x^2 A_y^2 \cos(2\Delta\varphi)} \right) \quad (51)$$

$$b^2 = \lambda_2 = \frac{1}{2} \left(A_x^2 + A_y^2 - \sqrt{A_x^4 + A_y^4 + 2 A_x^2 A_y^2 \cos(2\Delta\varphi)} \right) \quad (52)$$

ainsi que l'orientation α de l'ellipse par rapport à l'axe Ox

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{atan} \left(\frac{2 A_x A_y \cos(\Delta\varphi)}{A_x^2 - A_y^2} \right) \quad (53)$$

et son ellipticité

$$\epsilon = \frac{b}{a} \quad (54)$$

Une illustration des résultats ainsi obtenus est présentée dans la figure 8.

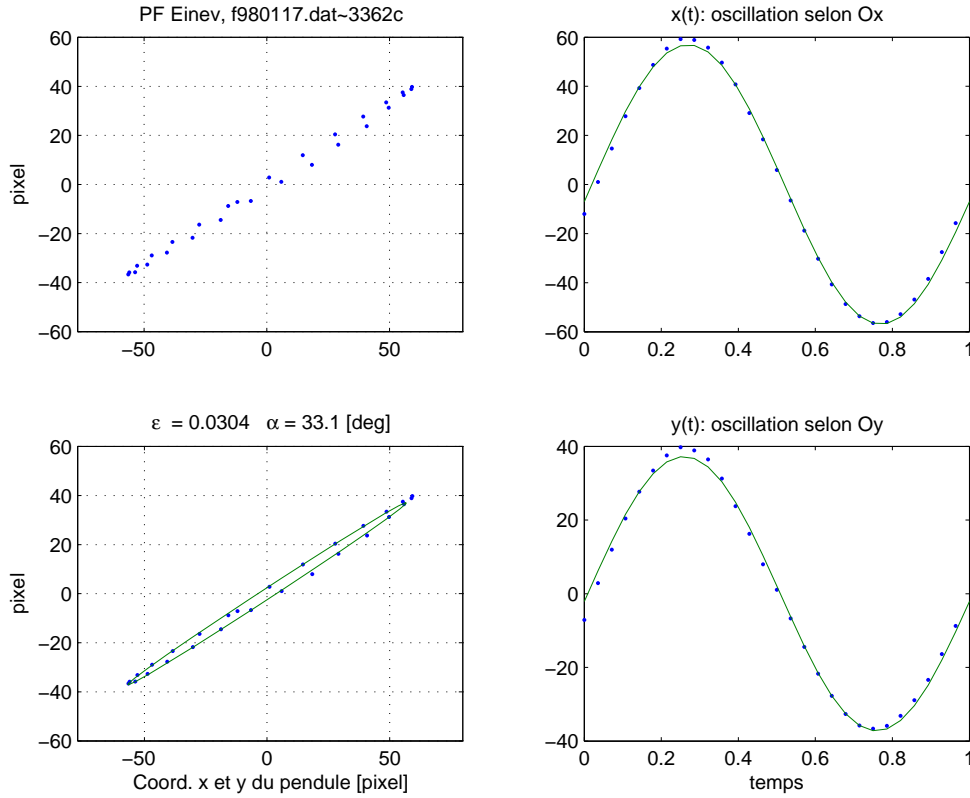


FIGURE 8 – Paramétrage d'une période d'oscillation du PF

6.2 Précession à long terme

En 1998, l'acquisition automatique de ces paramètres a été faite pendant dix-neuf jours à raison d'une mesure tous les quarts d'heure. Les résultats sont présentés à la figure 9. On peut observer que la vitesse de la précession mesurée

$$\Omega_{F, exp} = 10.2 \text{ [deg/h]}$$

est inférieure de 7% à la valeur théorique (10.96 [deg/h]) et qu'une ondulation marquée prend place autour de la précession. Sa période est de 0.74 jour environ et elle est vraisemblablement due au fait que le pendule, qui réalisait alors une révolution en 1.47 jours, possède deux axes d'oscillation préférentiels.

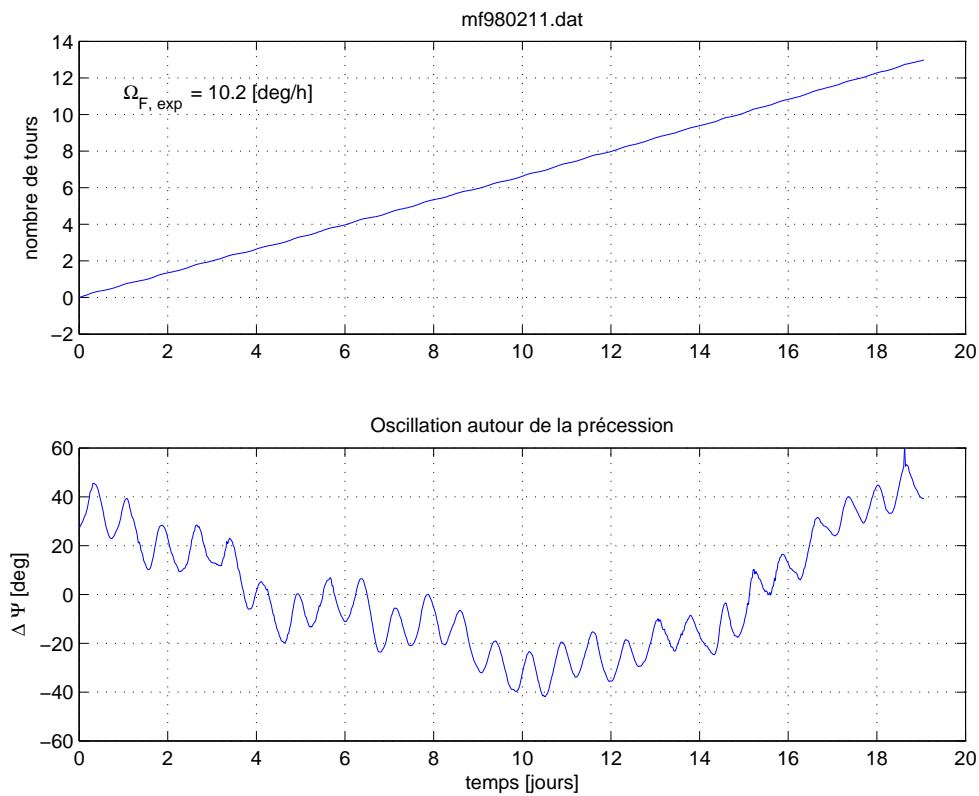


FIGURE 9 – Précession du PF et sa variation pendant 19 jours

7 Conclusion

Voilà quinze ans que la Terre tourne à la heig-vd ou, tout au moins, qu'on la voit tourner. Ne serait-il pas temps qu'on le montre aux autres ? J'ai le sentiment que cela ne saurait tarder...

Références

- [1] Éric Lambert, Étude pour un pendule de Foucault à la heig-vd, Einev 1995
- [2] Georges Derron, Notes sur l'entretien des oscillations d'un pendule, Einev, juin 1995
- [3] Jean-Louis Chassot, communication privée, Einev 1997
- [4] C. Mahon, rapport de diplôme, Einev1995
- [5] P. Neuwerth, rapport de diplôme, Einev 1995
- [6] V. Mack, rapport de diplôme, Einev 1997