

IDENTIFICATION DES SYSTÈMES LINÉAIRES

Freddy Mudry

iAi – eivd

Table des matières

1	Réponse fréquentielle	1
1.1	Systèmes d'ordre 1	1
1.2	Systèmes d'ordre 2	2
1.3	Intégrateur	3
1.4	Correcteurs	3
1.5	Déphaseur	4
1.6	Retard pur	4
1.7	Exemple d'identification	6
1.8	Conclusions	7
2	Réponse indicielle	7
2.1	Systèmes du premier ordre	8
2.2	Systèmes oscillants	8
2.3	Systèmes apériodiques (non-oscillants)	10
2.3.1	Modélisation de Strejc	10
2.3.2	Méthode	12
2.4	Modélisation d'un échangeur de chaleur	12
2.4.1	Recherche d'un modèle	12
2.4.2	Évaluation du retard réel	15
2.5	Interprétation des résultats fournis par la méthode de Strejc	15
2.5.1	Système avec des constantes de temps assez proches	15
2.5.2	Système avec des constantes de temps très différentes	17

Remarque liminaire

Dans cette introduction à l'identification, on présentera des méthodes permettant de construire des "modèles de représentation", c'est-à-dire des modèles décrivant le comportement général du système étudié contrairement à des "modèles de connaissance" basés sur la description interne des systèmes. Les méthodes proposées nécessitent la connaissance de quelques réponses types telles que les réponses harmonique et indicielle. L'analyse qui suit traitera de systèmes linéaires simples dont on dégagera les caractéristiques essentielles.

IDENTIFICATION DES SYSTÈMES LINÉAIRES

1 Réponse fréquentielle

Dans ce cas, on considère la réponse en régime permanent d'un système linéaire soumis à une excitation sinusoïdale dont on fait varier la fréquence. La mesure du module et de la phase de la fonction de transfert ou réponse fréquentielle $H(j\omega)$ permet, grâce à la représentation de Bode, d'évaluer les paramètres de fonctions simples. On commence donc par rappeler brièvement ces représentations.

1.1 Systèmes d'ordre 1

Ces systèmes sont décrits par un gain statique K_0 et une constante de temps T_1 . Leur réponse fréquentielle peut s'écrire avec T_1 ou avec son inverse ω_1 :

$$H(j\omega) = K_0 \frac{1}{1 + j\omega T_1} = K_0 \frac{1}{1 + j\omega/\omega_1} \quad (1)$$

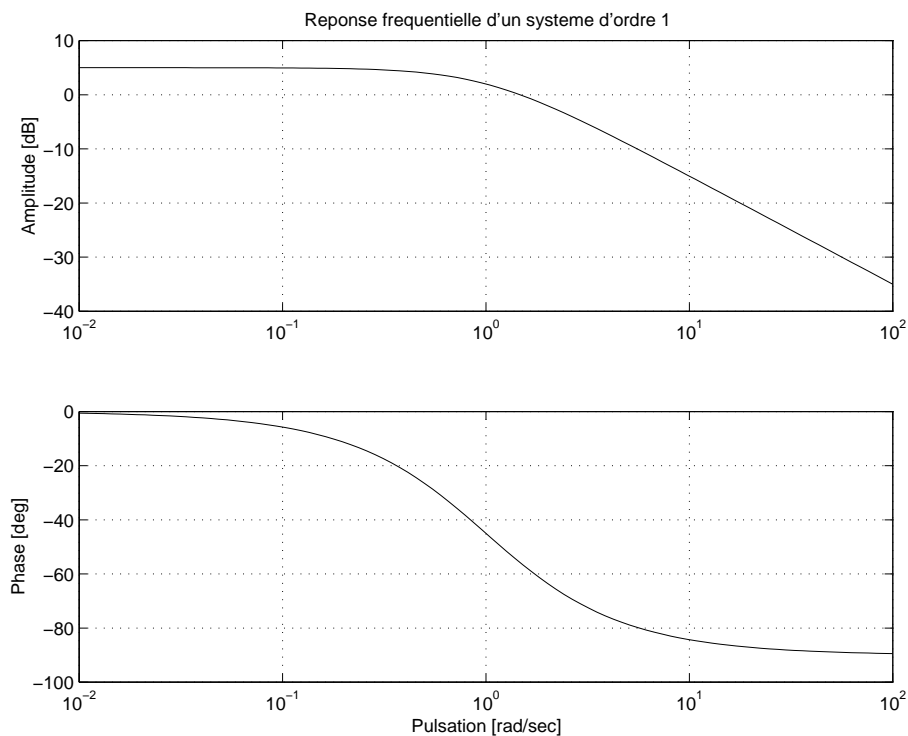


FIG. 1: Réponse fréquentielle d'un système d'ordre 1

Dans un diagramme de Bode (figure 1), cette réponse est caractérisée par :

- une asymptote horizontale en basses-fréquences située au niveau K_0 exprimé en dB

- une asymptote oblique de pente -20 dB/décade en hautes-fréquences
- une atténuation de -3 dB en $\omega = \omega_c = \omega_1$
- une phase variant de 0 à -90 degrés.

1.2 Systèmes d'ordre 2

Ces systèmes sont décrits par les 3 paramètres suivants :

- le gain statique K_0
- le facteur de qualité Q_0 ou le coefficient d'amortissement $\zeta = \frac{1}{2Q_0}$.
- la pulsation naturelle ω_n .

La réponse fréquentielle s'écrit alors comme suit :

$$H(j\omega) = K_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_0} \frac{j\omega}{\omega_n} + \left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2} = K_0 \frac{1}{1 + 2\zeta \frac{j\omega}{\omega_n} + \left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2)$$

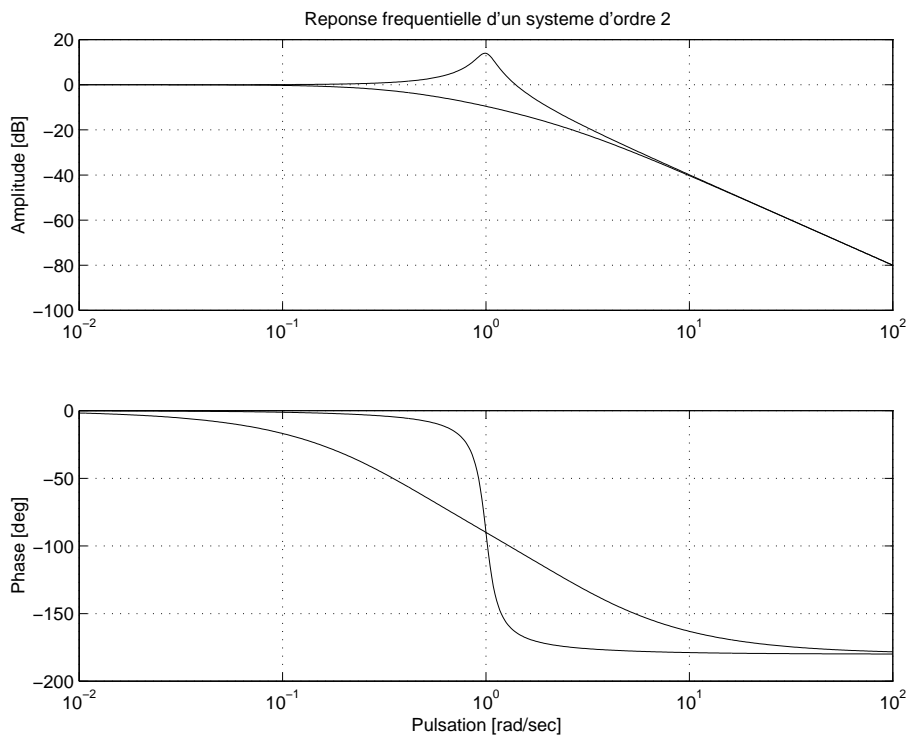


FIG. 2: Réponse fréquentielle d'un système d'ordre 2

Dans un diagramme de Bode (figure 2), cette réponse est caractérisée par :

- une asymptote horizontale en basses-fréquences
- une asymptote oblique de pente -40 dB/décade en hautes-fréquences
- une atténuation ou un gain égal au facteur de qualité Q_0 en $\omega = \omega_n$
- une phase variant de 0 à -180 degrés.

1.3 Intégrateur

L'intégrateur est représenté par :

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega T_i} = \frac{1}{j\omega/\omega_i} \quad (3)$$

L'inverse du temps T_i est défini comme le gain de l'intégrateur. Ce gain représente aussi la pulsation $\omega_i = 1/T_i$ pour laquelle le gain vaut 1 ou 0 dB. Le déphasage est constant et vaut -90 degrés (figure 3).

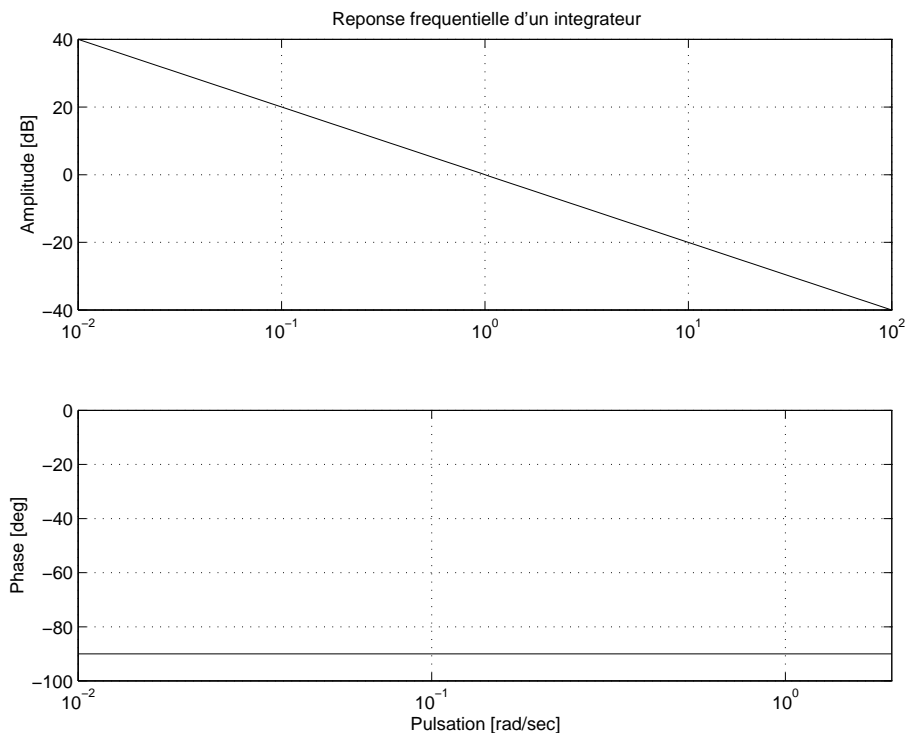


FIG. 3: Réponse fréquentielle d'un intégrateur

1.4 Correcteurs

Leur réponse fréquentielle s'écrit :

$$H(j\omega) = K_0 \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j\omega T_2} = K_0 \frac{1 + j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_2} \quad (4)$$

où K_0 est le gain statique du système et T_1, T_2 , les temps caractéristiques.

Le tracé de Bode (figure 4) comporte deux asymptotes horizontales distantes d'une valeur égale au rapport des deux temps caractéristiques. Si T_1 est plus grand que T_2 , la phase est positive et elle passe par un maximum. On dit alors que l'on a affaire à un correcteur à avance de phase.

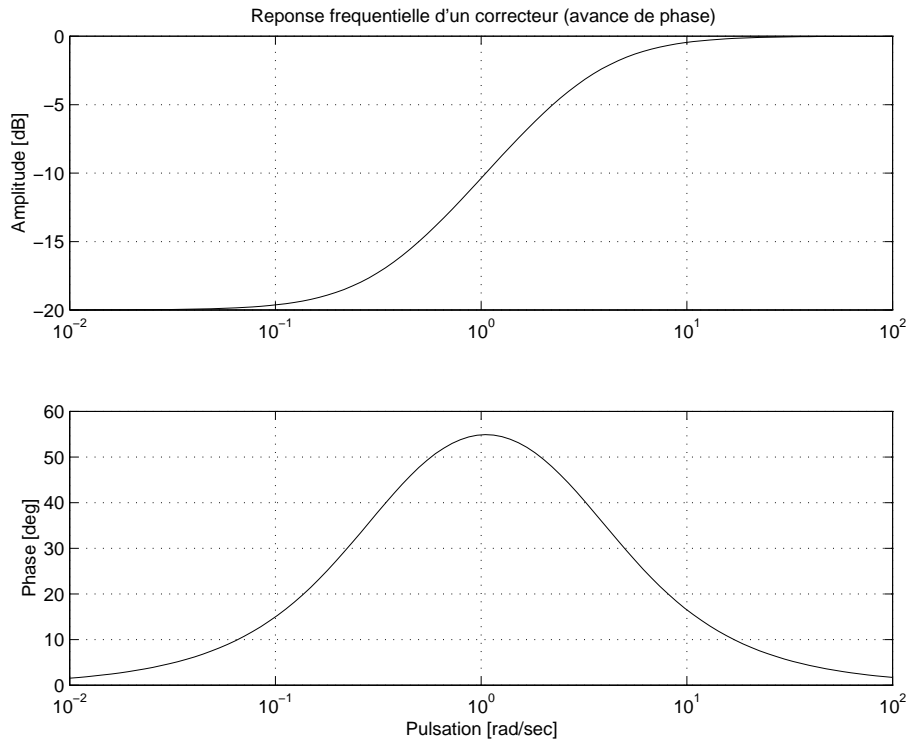


FIG. 4: Réponse fréquentielle d'un correcteur à avance de phase

Dans le cas où T_1 est plus petit que T_2 , la phase est négative et elle passe par un minimum. On a alors affaire à un correcteur à retard de phase. Ces extremums sont atteints lorsque la pulsation est égale à la moyenne géométrique des 2 pulsations caractéristiques $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$.

1.5 Déphaseur

Sa réponse fréquentielle s'écrit :

$$H(j\omega) = K_0 \frac{1 - j\omega T_1}{1 + j\omega T_1} = K_0 \frac{1 - j\omega/\omega_1}{1 + j\omega/\omega_1} \quad (5)$$

Son module reste constant quelle que soit la pulsation alors que sa phase évolue de 0 à -180 degrés (figure 5). Les déphaseurs ont la particularité d'avoir une réponse indicielle qui débute négativement avant de tendre vers une valeur asymptotique positive.

1.6 Retard pur

Le retard pur est décrit par :

$$H(j\omega) = \exp(-j\omega T_r) \quad (6)$$

Le module de sa réponse fréquentielle est égal à 1 et la phase est proportionnelle au retard T_r . Le tracé de la réponse fréquentielle se fait alors de préférence dans un **diagramme linéaire** car, pour la phase, on obtient une droite dont la pente vaut $-T_r$ (figure 6).

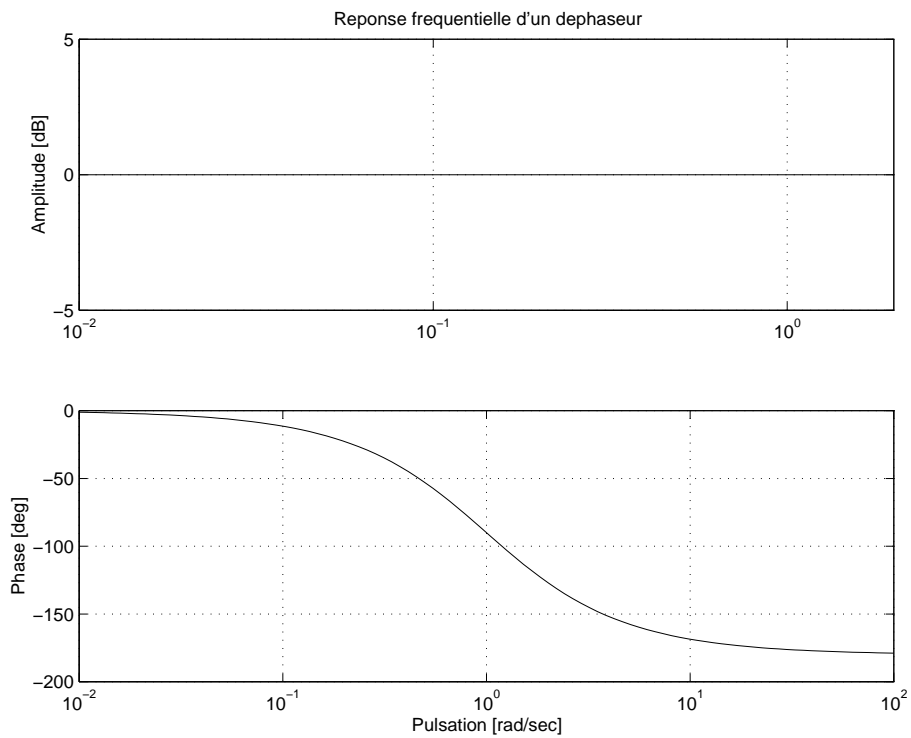


FIG. 5: Réponse fréquentielle d'un déphaseur

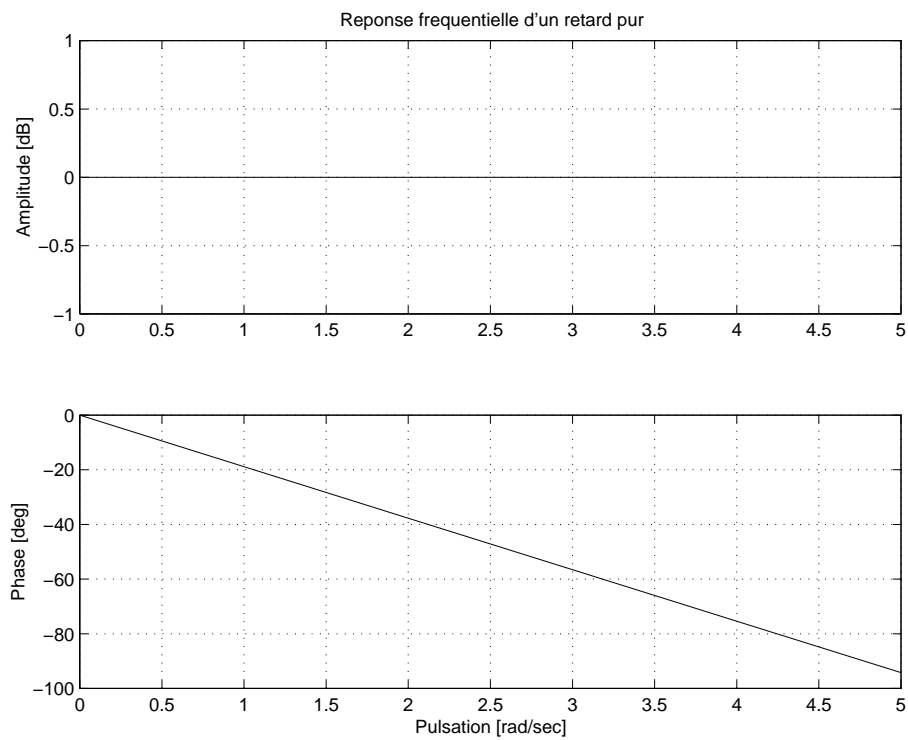


FIG. 6: Réponse fréquentielle d'un retard pur

1.7 Exemple d'identification

On a vu ci-dessus que la représentation de Bode faisait apparaître des asymptotes dont la pente est un multiple de 20 dB/décade et que ces asymptotes s'interceptent aux pulsations caractéristiques ω_k . Le but de l'identification est d'obtenir ces pulsations. En utilisant les propriétés de la représentation de Bode, il est relativement aisé d'identifier les paramètres d'une réponse fréquentielle.

Comme exemple, considérons le diagramme de Bode (figure 7) qui nous donne l'amplitude et la phase de la réponse fréquentielle en fonction de la pulsation ω .

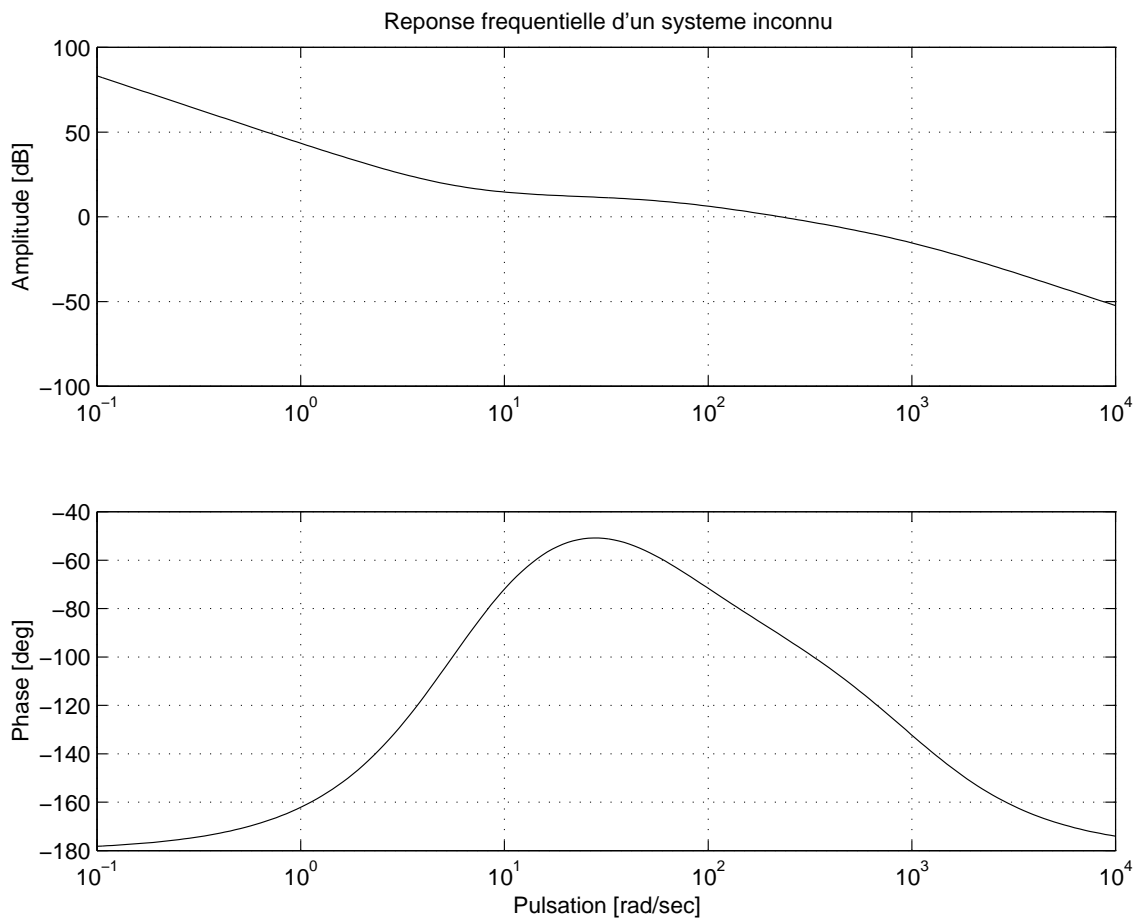


FIG. 7: Réponse fréquentielle à identifier

En basses-fréquences, le Bode d'amplitude fait apparaître une asymptote de pente -40 dB/décade. Cela signifie que le système possède une double intégration. En hautes-fréquences, la pente est également de -40 dB/décade ; cela signifie que le numérateur et le dénominateur de $H(j\omega)$ sont des polynômes dont les puissances diffèrent de 2 unités.

Le Bode de phase montre une asymptote BF horizontale se situant à -180 degrés : ceci confirme la présence de la double intégration. Comme l'asymptote HF se situe au même niveau, cela confirme le fait que les polynômes diffèrent d'un ordre 2 et indique en plus qu'il n'y a ni retard pur, ni déphaseur.

On remarque sur le Bode d'amplitude que, pour les pulsations supérieures à $10 \text{ [sec}^{-1}]$, l'effet du double intégrateur est supprimé. Cela signifie que le numérateur est d'ordre 2.

Ceci nous amène à considérer un modèle contenant le gain K_0 et 4 pulsations caractéristiques $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$:

$$H(j\omega) = K_0 \frac{(1 + j\omega/\omega_1)(1 + j\omega/\omega_2)}{(j\omega)^2 (1 + j\omega/\omega_3)(1 + j\omega/\omega_4)} \quad (7)$$

La tentative d'un tracé asymptotique fait apparaître 3 intersections permettant d'en déduire :

$$\begin{aligned} \omega_1 &\simeq \omega_2 \simeq 6 \text{ [sec}^{-1}] \\ \omega_3 &\simeq 60 \text{ [sec}^{-1}] \\ \omega_4 &\simeq 1000 \text{ [sec}^{-1}] \end{aligned}$$

L'évaluation du gain K_0 se fait en BF où seul l'effet de la double intégration apparaît. Pour ω suffisamment petit, on a en effet $|H(j\omega)| = K_0/\omega^2$. Le module de cette asymptote BF est égal à l'unité (0 dB) lorsque la pulsation vaut $\sqrt{K_0}$. Cette asymptote BF intercepte l'ordonnée 0 dB en $\omega_i \approx 12 \text{ [sec}^{-1}]$. On en tire donc le gain $K_0 \approx 144 \text{ [sec}^{-2}]$. On a ainsi identifié la fonction de transfert suivante :

$$H(j\omega) = 144 \frac{(1 + j\omega/6)^2}{(j\omega)^2 (1 + j\omega/60)(1 + j\omega/1000)}$$

1.8 Conclusions

L'identification de réponses fréquentielles, on vient de le voir, ne pose pas de difficultés. Il faut cependant préciser que, dans cet exemple, nous avons pu obtenir les pulsations caractéristiques parce qu'elles étaient suffisamment éloignées l'une de l'autre et que l'on a ainsi pu tracer le diagramme asymptotique.

De plus, il ne faut pas oublier qu'avant d'obtenir le tracé de Bode, il a fallu mesurer cette réponse fréquentielle dans un large domaine de fréquences. Ceci n'est possible qu'en couvrant un nombre suffisant de décades avec assez de points. On imagine donc aisément que le temps nécessaire pour la mesure peut être long. Cela est d'autant plus vrai que le processus est lent et que le domaine d'intérêt est celui des basses-fréquences. On conçoit donc que l'analyse fréquentielle ne soit plus praticable pour des systèmes dont le temps de réponse atteint la minute, voire quelques dizaines de minutes (ce qui n'est pas rare en milieu industriel). D'autres méthodes expérimentales sont alors nécessaires.

2 Réponse indicielle

Nous avons vu dans la section précédente comment il est possible d'identifier une réponse fréquentielle. Il est bien évident qu'une telle expérience est beaucoup trop longue pour des systèmes lents. Afin de palier cet inconvénient, on impose une variation brusque au signal d'entrée. La "réponse indicielle" ainsi obtenue permet, comme on va le voir, de déterminer un "modèle de représentation" suffisamment précis dans la plupart des cas. L'analyse qui suit va bien évidemment porter sur des systèmes linéaires simples dont on dégagera les caractéristiques essentielles.

2.1 Systèmes du premier ordre

Un système du premier ordre est représenté par son gain et sa constante de temps τ . Sa fonction de transfert est la suivante :

$$H(s) = K_0 \frac{1}{1 + s\tau} \quad (8)$$

Sa réponse à une variation brusque d'amplitude E est décrite par la réponse indicielle suivante :

$$y(t) = K_0 E [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (9)$$

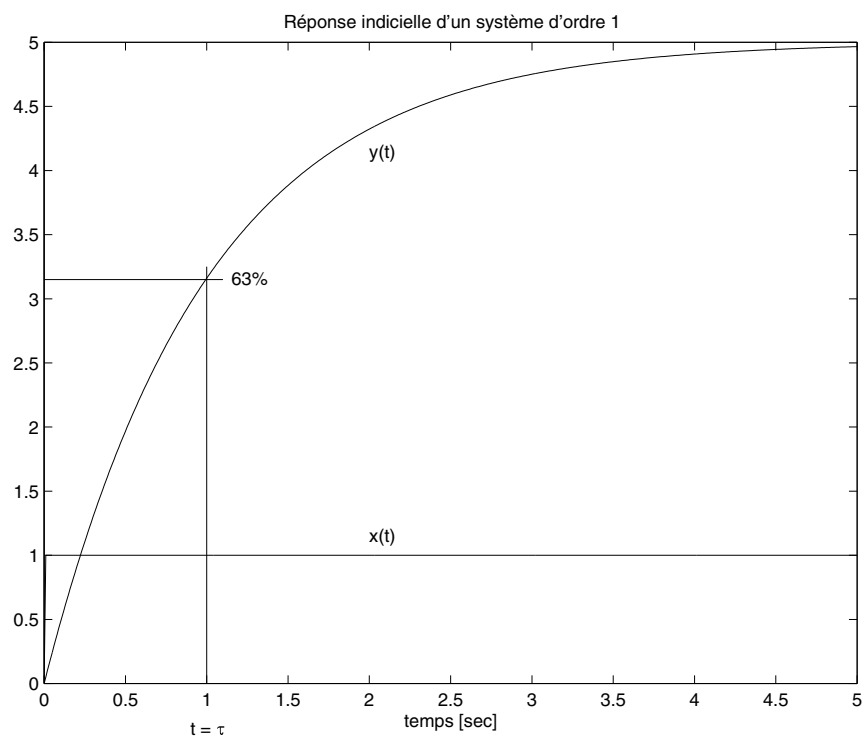


FIG. 8: Réponse indicielle d'un système d'ordre 1

L'enregistrement de cette réponse permet d'obtenir immédiatement le gain statique K_0 du système en calculant le rapport $y(\infty)/E$. La constante de temps τ correspond à l'instant où le signal atteint le 63% de sa variation totale. On remarquera que la méthode de la tangente à l'origine doit être évitée dans tous les cas, car son tracé est extrêmement subjectif et conduit à des valeurs trop grandes de la constante de temps.

2.2 Systèmes oscillants

Lorsque la réponse temporelle d'un système présente des oscillations, cela signifie que sa fonction de transfert possède des pôles conjugués complexes et qu'une partie au moins de celle-ci peut s'écrire sous la forme d'un système d'ordre 2 tel que :

$$H(s) = K_0 \frac{1}{1 + 2\zeta (s/\omega_n) + (s/\omega_n)^2} \quad (10)$$

Dans ce cas, la réponse à un saut d'amplitude E est décrite par l'expression suivante :

$$y(t) = E K_0 [1 - C \exp(-t/\tau) \sin(\omega_p t + \varphi)] \quad (11)$$

dans laquelle on a :

$$C = \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (12)$$

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (13)$$

$$\varphi = \arccos(\zeta) \quad (14)$$

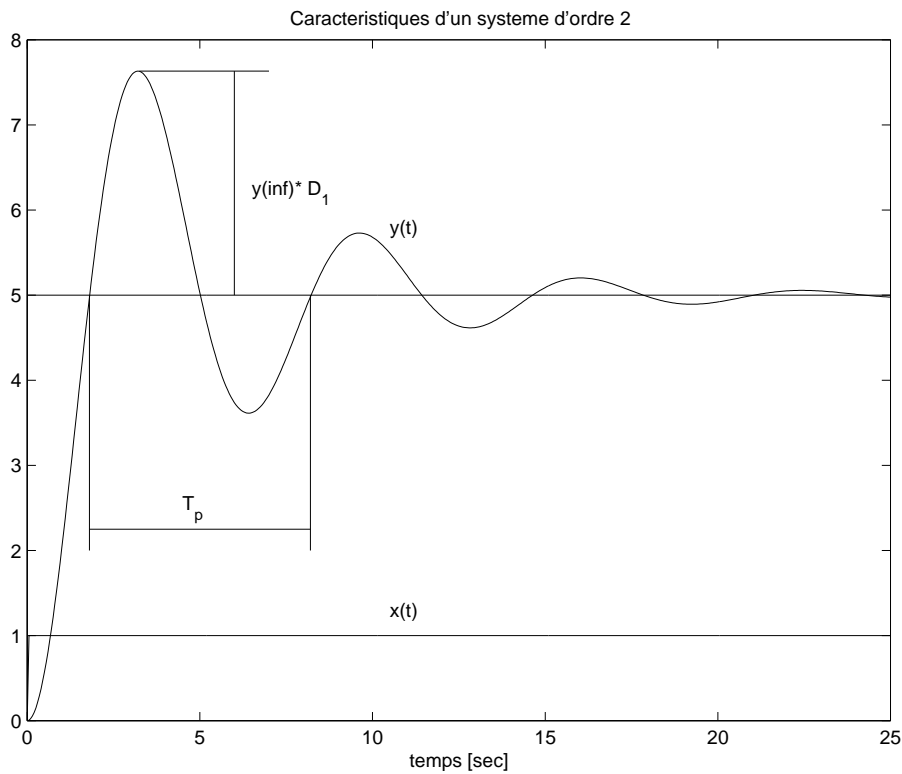


FIG. 9: Réponse indicielle d'un système d'ordre 2

L'analyse de cette réponse temporelle (figure 9) permet d'en déduire aisément les éléments suivants :

– le gain statique K_0 est donné par

$$K_0 = y(\infty)/E \quad (15)$$

- le facteur d'amortissement ζ se calcule à partir du premier dépassement **relatif** D_1 avec la loi suivante :

$$\zeta = \frac{|\ln(D_1)|}{\sqrt{(\ln(D_1))^2 + \pi^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\pi/\ln(D_1))^2}} \quad (16)$$

- la connaissance de T_p et ζ permet de calculer la pulsation naturelle :

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T_p \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (17)$$

2.3 Systèmes apériodiques (non-oscillants)

Dans ce qui précède, nous avons vu comment modéliser des systèmes simples pour lesquels l'ordre était connu : systèmes d'ordre 1 ou d'ordre 2 oscillants. Pour les systèmes apériodiques d'ordre deux et plus, il est difficile d'estimer l'ordre du système avant de l'avoir identifié.

Il faut donc utiliser une méthode d'identification ne demandant aucune connaissance préalable si ce n'est l'enregistrement de la réponse indicielle. Le modèle que l'on obtiendra alors sera un modèle de représentation qui peut n'avoir aucune correspondance physique avec le système considéré. Mais, si l'identification est bonne, les réponses indicielle et/ou fréquentielle seront aussi proches que possible de celles du système étudié.

2.3.1 Modélisation de Strejc

La méthode proposée par Strejc en 1960 est basée sur le fait que les systèmes apériodiques peuvent être représentés par la fonction de transfert suivante :

$$H(s) = K_0 \frac{\exp(-sT_r)}{(1 + sT)^n} \quad (18)$$

Mis à part le gain statique K_0 dont on aura déterminé la valeur au préalable, les paramètres permettant de représenter de tels systèmes se réduisent donc au nombre de trois :

- le retard pur T_r , fictif ou non
- la constante de temps T
- l'ordre n du système.

Partant de la réponse indicielle théorique (figure 10) d'un système d'ordre n **sans retard pur**, Strejc a calculé les temps caractéristiques T_u et T_a . Ces résultats ont été reportés dans le tableau 1.

La première colonne de ce tableau donne la position du point d'inflexion Q . Généralement, on ne l'utilise que pour déceler des non-linéarités. La deuxième colonne permet de calculer le temps T_u et d'en tirer le temps de retard $T_r = t_1 - T_u$. De la troisième colonne, on tire la constante de temps T du système. La dernière colonne est purement indicative et donne le temps nécessaire pour atteindre le régime permanent (99% de la valeur asymptotique).

La méthode de Strejc consiste à mesurer sur la réponse indicielle (figure 10) du système les temps caractéristiques t_1 et T_a , puis d'en déduire T_u et T_r . Une fois ceux-ci obtenus, il reste à vérifier leur validité.

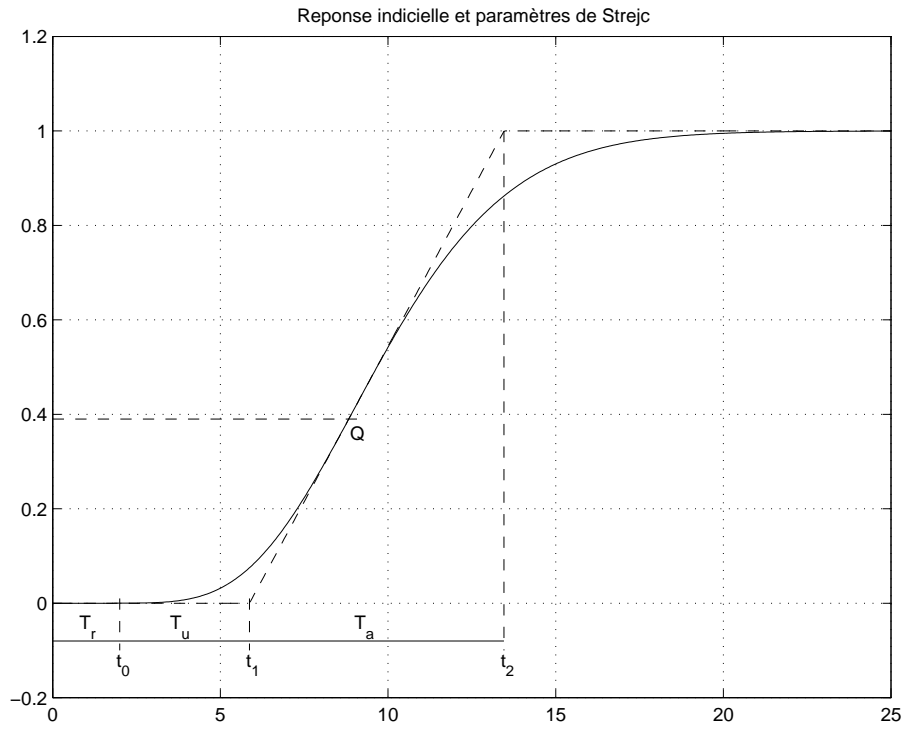


FIG. 10: Réponse indicielle d'un système apériodique

n	$y_Q/y(\infty)$	$\alpha = T_u/T_a$	$\beta = T/T_a$	t_{99}/T
1	0	0	1	5.00
2	0.26	0.104	0.368	6.66
3	0.32	0.218	0.271	8.40
4	0.35	0.319	0.224	10.1
5	0.37	0.410	0.195	11.7
6	0.38	0.493	0.175	13.1
7	0.39	0.570	0.161	14.6
8	0.40	0.642	0.149	16.1
9	0.41	0.709	0.140	17.4
10	0.41	0.773	0.132	18.8

TAB. 1: Tableau des paramètres de Strejc

2.3.2 Méthode

Pour déterminer les paramètres d'un modèle de Strejc, il faut :

1. mesurer le gain statique du système
2. mesurer les temps T_a et t_1
3. estimer le retard maximum $T_{r,max}$
4. tirer du tableau de Strejc la valeur de $T_u = \alpha T_a$ pour différentes valeurs de n
5. calculer le retard $T_r = t_1 - T_u$ qui doit être positif et inférieur à $T_{r,max}$
6. calculer la constante de temps $T = \beta T_a$
7. déterminer les ordres n possibles en ne conservant que les temps de retard admissibles.

Lors de l'application de cette méthode, on notera que les paramètres n , T et T_r peuvent varier très sensiblement pour un même système. On n'en déduira pas que la méthode est mauvaise. Car, dans la mesure où l'on ne recherche qu'un modèle de représentation, l'essentiel est que la réponse du modèle soit aussi proche que possible de la réponse du système étudié. On n'oubliera cependant pas qu'une très bonne reproduction de la réponse mesurée peut être obtenue avec des combinaisons assez différentes des paramètres de Strejc.

2.4 Modélisation d'un échangeur de chaleur

Dans cet exemple, on se propose d'obtenir un modèle de représentation d'un échangeur de chaleur après avoir enregistré l'évolution de sa température de sortie.

La réponse indicielle est reproduite à la figure 11. Elle a été obtenue par une brusque diminution du débit de l'eau chaude consommée en passant de 4.8[l/min] à 2.7 [l/min].

2.4.1 Recherche d'un modèle

La recherche d'un modèle se fait en suivant les étapes suivantes :

1. l'augmentation de température ΔT de 7 degrés est consécutive à la diminution de débit ΔQ de 2.1 [l/min]. Le gain statique vaut donc

$$K_0 = \frac{\Delta T}{\Delta Q} = \frac{+7 \text{ deg}}{-2.1 \text{ l/min}} = -3.33 \left[\frac{\text{deg}}{\text{l/min}} \right]$$

2. le temps de retard semble être inférieur à la minute : $T_{r,max} = 60 [\text{sec}]$
3. le tracé de la tangente au point d'inflexion permet d'obtenir les temps caractéristiques de Strejc $t_1 = 126 [\text{sec}]$, $t_2 = 348 [\text{sec}]$, d'où $T_a = 222 [\text{sec}]$
4. le tracé de la position des points d'inflexion pour n allant de 2 à 10 montre que tous ces ordres sont possibles et que, dans ce domaine de variation de température, le système peut être considéré linéaire.

Cela étant établi, on construit le tableau d'identification TAB. 2. Considérant qu'il doit exister un temps de retard inférieur à $T_{r,max}$, mais plus grand que 0, on voit que le tableau ne nous propose que 2 modèles possibles : ceux d'ordre 5 et 6.

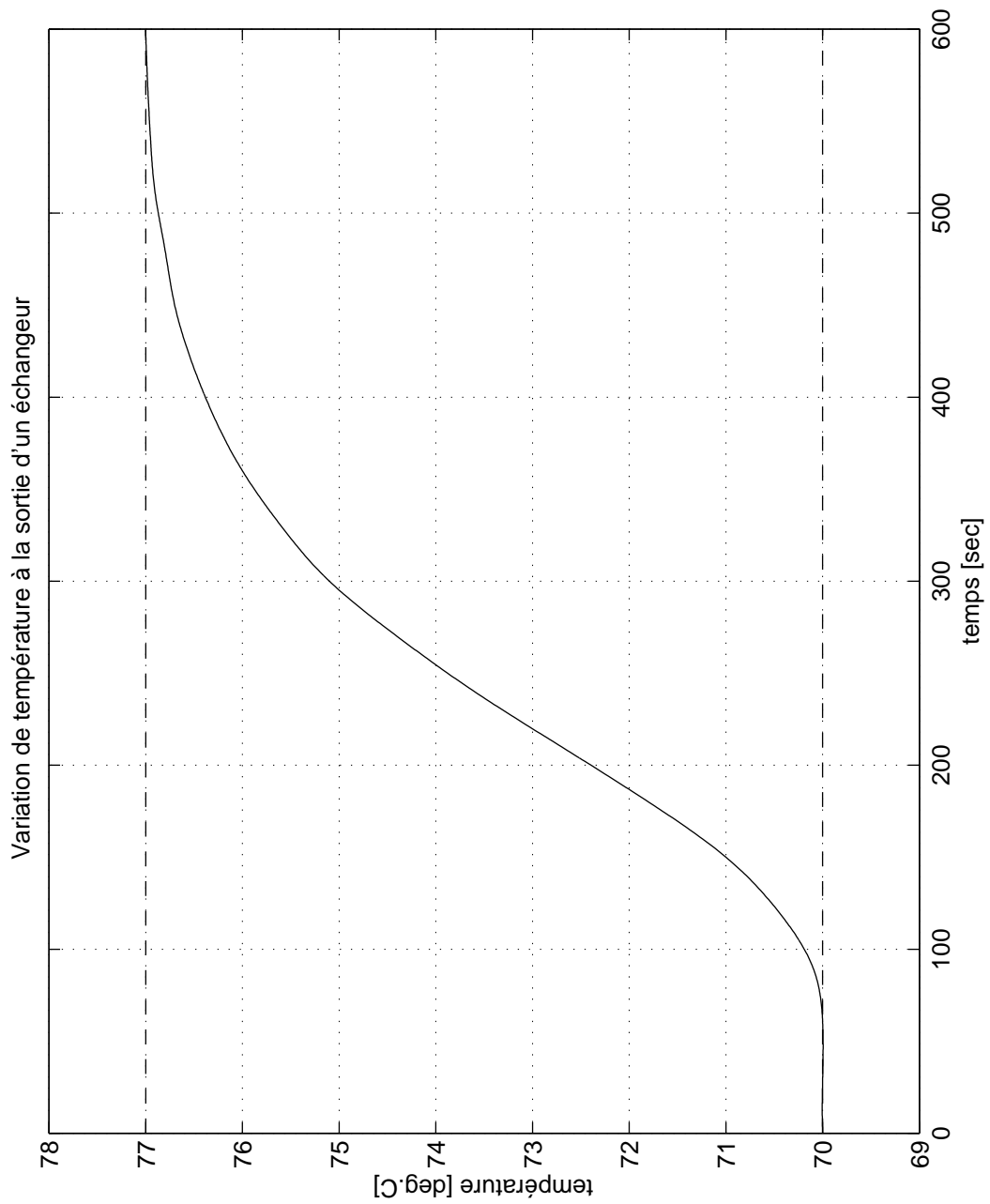


FIG. 11: Réponse indicielle d'un échangeur de chaleur

n	T_u/T_a	T_u	$T_r = t_1 - T_u$	T/T_a	T	Remarques	ΣT_k
2	0.104	23	103	0.368	82	$T_r > T_{r,max}$	266
3	0.218	48	78	0.271	60	$T_r > T_{r,max}$	258
4	0.319	71	55	0.224	50	$T_r \simeq T_{r,max}$	254
5	0.410	91	35	0.195	43	$T_r < T_{r,max}$	251
6	0.493	109	17	0.175	39	$T_r < T_{r,max}$	250
7	0.570	127	-1	0.161	36	$T_r \simeq 0$	250
8	0.642	143	-17	0.149	33	$T_r < 0$	248

TAB. 2: Tableau d'identification d'un échangeur

$$H_5(s) = K_0 \frac{\exp(-35s)}{(1 + 43s)^5} \quad H_6(s) = K_0 \frac{\exp(-17s)}{(1 + 39s)^6}$$

On peut également relever que la somme des temps caractéristiques $\Sigma T_k = T_r + nT = 250$ [sec] donne des valeurs similaires pour les ordres 5 à 7. Lorsque, à la suite d'une analyse complémentaire, on est amené à modifier les temps caractéristiques, il est conseillé de garder cette valeur constante. Ainsi, même si on modifie les paramètres du modèle, on ne s'éloignera pratiquement pas de la courbe mesurée.

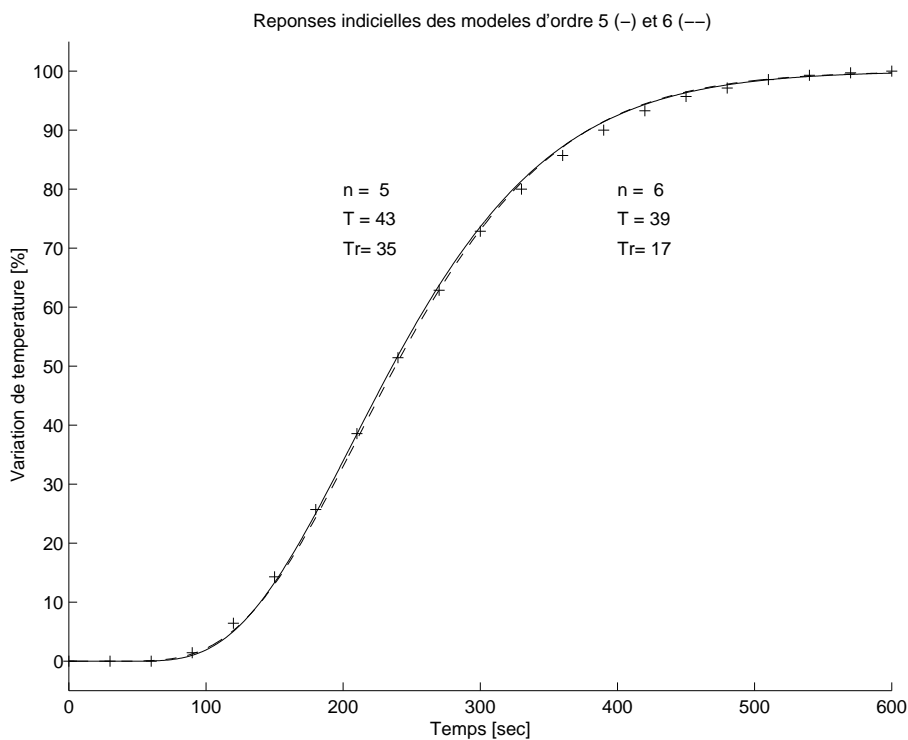


FIG. 12: Comparaison des réponses indicielles

Les réponses indicielles de ces 2 modèles ont été tracées avec la courbe enregistrée (+) (figure 12). A l'évidence, les modèles d'ordre 5 et 6 sont tout à fait représentatifs du comportement

de l'échangeur de chaleur. On peut cependant se demander si les temps de retard obtenus correspondent au retard réel du système.

2.4.2 Évaluation du retard réel

Celui-ci peut être estimé en prenant en compte les informations supplémentaires suivantes :

- le diamètre intérieur de la conduite est d'environ 2.5 cm
- le capteur de température se situe environ 1 mètre après le corps de chauffe.

Sachant que :

1. le débit Q et la vitesse d'écoulement v sont reliés entre eux par la section du tuyau A :

$$Q = v \cdot A \quad (19)$$

2. le temps de retard dépend de la vitesse v et de la distance L parcourue :

$$T_r = \frac{L}{v} \quad (20)$$

on en déduit :

$$T_r = \frac{L}{v} = \frac{L}{Q/A} = L \frac{\pi d^2/4}{Q} = 100 [\text{cm}] \frac{\pi \cdot 6.25 [\text{cm}^2]/4}{2700/60 [\text{cm}^3/\text{sec}]} = 10.9 [\text{sec}]$$

Cette évaluation du retard indépendante de la mesure de Strejc permet de penser que le modèle d'ordre 6 est le mieux adapté et que son retard doit être diminué de 6 secondes environ. Pour conserver constante la somme des temps caractéristiques, on répartit ces 6 secondes sur la constante de temps d'ordre 6 qui passe ainsi de 39 secondes à 40 secondes. Le résultat de cette correction est illustré par la figure 13.

2.5 Interprétation des résultats fournis par la méthode de Strejc

Afin de mieux comprendre les relations existant entre les modèles de Strejc et les systèmes réels, appliquons cette méthode à des systèmes dont les transmittances sont connues exactement.

2.5.1 Système avec des constantes de temps assez proches

Considérons un système décrit par 3 constantes de temps valant 3, 4 et 5 secondes. La mesure des temps caractéristiques sur la réponse indicielle (figure 14) a conduit aux valeurs suivantes :

$$t_1 = 3.2 [\text{sec}], \quad t_2 = 18 [\text{sec}], \quad T_a = 14.8 [\text{sec}]$$

qui nous permettent de construire le tableau d'identification 3.

Les retards négatifs n'ayant aucune signification physique, on éliminera sans autre l'ordre $n = 4$. Pour $n = 3$, le retard étant faible, on pourra l'admettre nul. Il reste donc le choix entre les deux modèles suivants :

$$H_2(s) = \frac{\exp(-1.66s)}{(1 + 5.48s)^2} \quad H_3(s) = \frac{1}{(1 + 4s)^3}$$

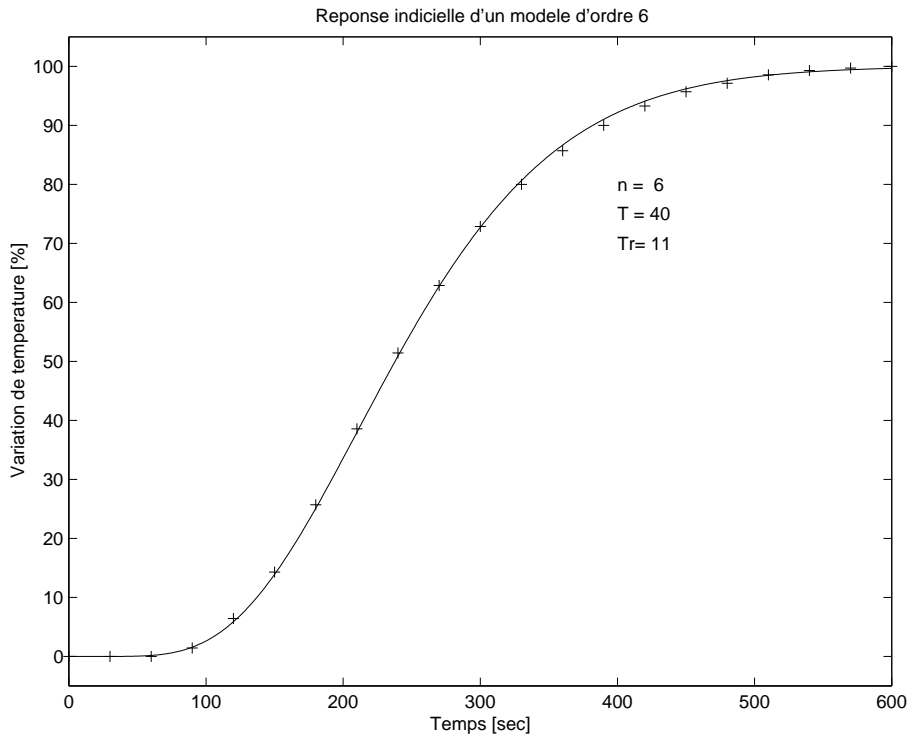


FIG. 13: Réponse indicielle tenant compte du retard réel

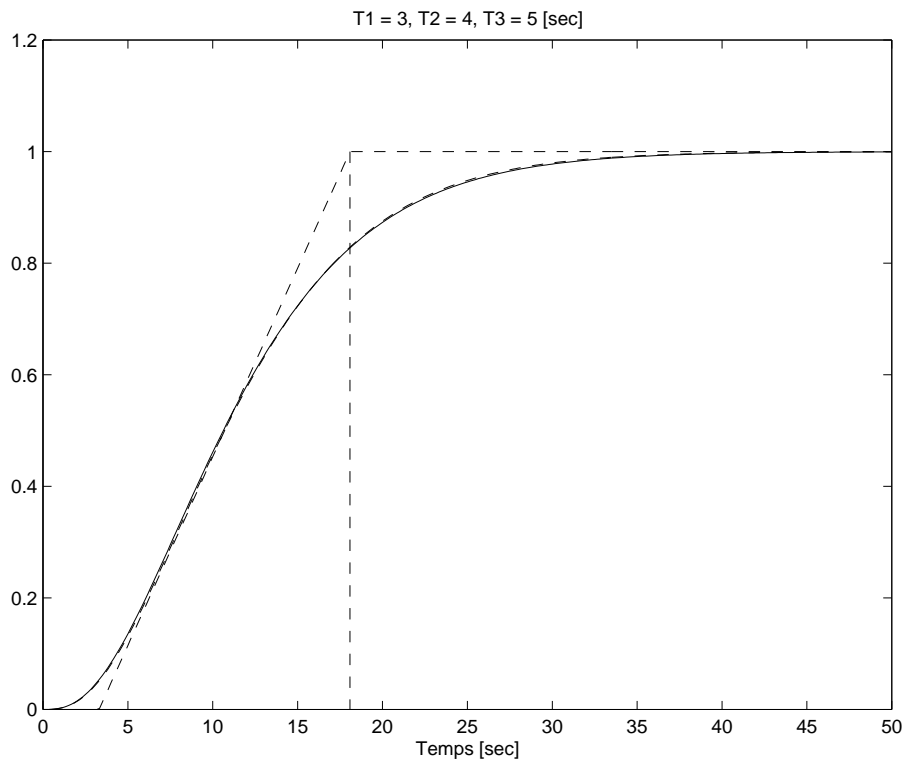


FIG. 14: Réponse indicielle d'un système à 3 constantes de temps assez proches

n	$T_u = \alpha T_a$	$T_r = t_1 - T_u$	$T = \beta T_a$	ΣT_k
2	1.54	1.66	5.48	12.6
3	3.26	-0.06	4.00	11.9
4	4.74	-1.54	3.26	11.5

TAB. 3: Identification d'un système à 3 constantes de temps assez proches

Si une analyse physique du système montre que celui-ci ne peut pas posséder de retard pur, on choisira la représentation d'ordre trois. On remarque alors que la constante de temps $T = 4$ [sec] n'est autre que la valeur moyenne des 3 constantes de temps du système réel. Ce modèle est en très bonne concordance avec le système réel et les différences entre les réponses indicielles sont difficilement perceptibles (figure 14).

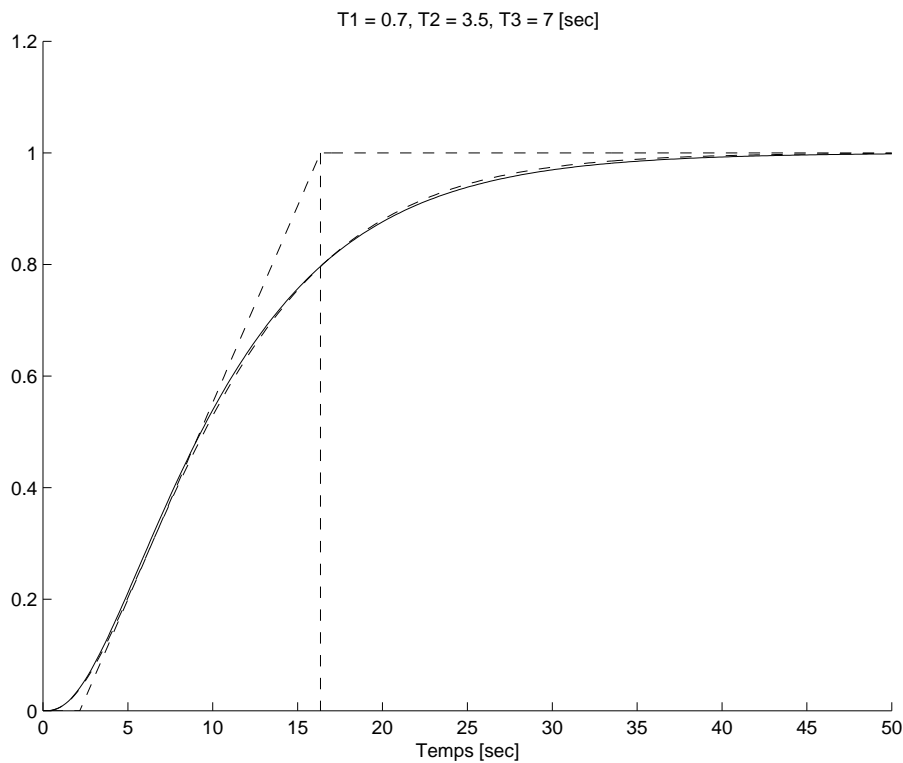


FIG. 15: Réponse indicielle d'un système à 3 constantes de temps très différentes

2.5.2 Système avec des constantes de temps très différentes

Considérons un système décrit par 3 constantes de temps valant 0.7, 3.5 et 7 secondes. La mesure des temps caractéristiques sur la réponse indicielle (figure 15) a donné : $t_1 = 2.1$ [sec], $t_2 = 16.4$ [sec], $T_a = 14.3$ [sec]. A partir de ces valeurs, on construit le tableau 4.

Les retards négatifs n'ayant aucune signification physique, le seul modèle possible est celui d'ordre 2 avec un retard :

n	$T_u = \alpha T_a$	$T_r = t_1 - T_u$	$T = \beta T_a$	ΣT_k
2	1.49	0.61	5.29	11.2
3	3.15	-1.05	3.86	10.5
4	4.58	-2.48	3.15	10.1

TAB. 4: Identification d'un système à 3 constantes très différentes

$$H_{2r}(s) = \frac{\exp(-0.61s)}{(1 + 5.29s)^2}$$

Dans ce cas, où les constantes de temps sont très différentes, on voit que la modélisation de Strejc a conduit à remplacer la plus petite des constantes de temps par un retard pur $t_r = 0.61[sec]$ et les deux autres constantes de temps par une constante d'ordre deux égalant à peu près leur valeur moyenne $T_{moy} = 5.25[sec]$.

Si le système réel ne possède pas de retard pur, on peut remplacer le retard du modèle par une constante de temps égale à T_r . Pour cet exemple, on obtiendrait donc le modèle $H_2(s)$.

$$H_2(s) = \frac{1}{(1 + 0.61s)(1 + 5.29s)^2}$$

Ce modèle est en très bonne concordance avec le système réel et les différences entre les réponses indicielles sont difficilement perceptibles (figure 15).